**אלגוריתמים להדפסה תלת ממדית – פרוייקט סוף**

**רקע:**

**שיטת האלמנטים הסופיים (FEM- Finite Element Method), היא שיטה נומיתי לפקבלת פיתרון מקורב ודיסקרטי למשוואות דיפרנציאליות על תחום עם תנאי שפה, כך שהמערכת שהמתקבלת הינה מוגדרת היטב. לשיטת א"ס שימוש נרחב במתמטיקה ובהנדסה. בעזרתה ניתן לקבל פתרונות לבעיות הנדסיות עבור גאומטריות ותנאי שפה מורכבים.**

**על מנת להפעיל את שיטת א"ס, יש צורך לבצע דיסקרטיזציה של הגאומטריה לאלמנטים**.

אלמנט מוגדר כפאה (face) קמורה, בעל צורה גאומטרית פשוטה (בדו מימד – לרוב משולש או מרובע, בתלת ממד – לרוב טטרהדר).

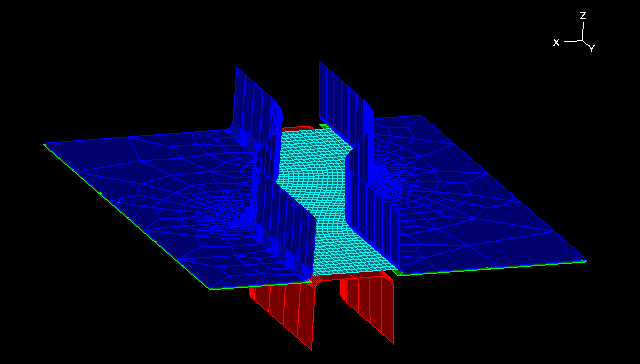
בעבודה זו נתרכז ברישות דו ממדי, שהינו פשוט יותר, אך לא פחות רלוונטי ביישומיו, מרישות תלת ממדי.

בפרט, בעולם התכן המכאני, נפוץ העובי של פריט קטן בסדר גודל ממידות האורך והרחוב שלו (ראה איור ). לרוב, אנליזת א"ס מבוצעת על מנת לחשב מאמצים\תזוזות שמתקבלות עקב הפעלת עומסים.

  
איור 1: זוויתנים משוחלים (extrusions)

**במקרים כאלה, ניתן להתעלם ממימד העובי ולרשת את המשטח המרכזי (midsurface) באמצעות אלמנטים דו ממדיים.**

**ישנם שני סוגים של אלמנטים נפוצים ברישות דו ממדי: רישות משולש ורישות מרובע.**



איור 2: דוגמא לרישות מרובע (QUAD) דו ממדי של חלק עשוי מפח מכופף (sheet metal)

**מתמטית, רישות מרובע עדיף על רישות משולש, עקב היכולת שלו לתפוס באופן מדוייק שינויי גרדיאנט לינאריים בערכי שדה המאמצים\תזוזות. אלמנט משולש, לעומת זאת, מסוגל מתמטית לתאר ערך קבוע של מאמץ\תזוזה בכל שטחו.**

**לכן, ניתן לרשת משטח בפחות אלמנטים מרובעים על מנת להשיג אותה רמת דיוק אנליטית שתתקבל עבור רישות משולש צופף יותר.**

**בנוסף, במקרים רבים, בהנדסה מכאנית, שדות התזוזות והמאמצים רחוק מנקודות הפעלת הכוח, הם לינאריים (כתוצאה מכפיפה של הפריט, לפי תורת הכפיפה של אוילר-ברנולי).**

**מטרת הפרוייקט:**

מטרת הפרוייקט היא לממש אלגוריתם לרישות Quad ממאמר עדכני ולחקור את הביצועים שלו, יחסית לפתרונות מסחריים וקוד פתוח.

אלגוריתם הרישות הוא עפ"י המאמר:

[Jinwoo Choi and Yohngjo Kim , Development of a New Algorithm for Automatic Generation of a Quadrilateral Mesh, International Journal of CAD/CAM Vol. 10, No. 2, pp. 00~00 (2011).](http://www.ijcc.org/ojs/index.php/ijcc/article/viewFile/146/127)

**תיאור השיטה המוצעת במאמר:**

***קריטריון קבלה של רישות QUAD*:**

**רישות מספק במידה שכל הזוויות הפנימיות של האלמנטים מקיימות:**

|  | (1) |
| --- | --- |

**רישות יקרא סביר במידה וכל הזוויות הפנימיות של האלמנטים מקיימות:**

|  | (2) |
| --- | --- |

**סכימה של האלגוריתם המוצע במאמר:**

**קליטת קובץ שמתאר את הגאומטריה:**

**במקור, המטרה הייתה לקבל קובץ parasolid. קובץ זה מתאר את הגאומטריה של הגוף התלת ממדית באמצעות פרמטריזציה של המשטח שמהווה את שטח הפנים שלו.**

**מכיוון שפרויקט זה מתעסק ברישות משטח באלמנטים ריבועים דו ממדיים, הנחת עבודה היא שקובץ ה-parasolid מתאר משטח דו מימדי שנמצא מישור XY.**

**המבנה של קבצי parasolid מתוחזק ע"י חברת siemens ומופץ במסמך XT reference. לצערי הגרסה העדכנית ביותר שנמצאה באינטרנט היא מ-2008 (parasolid 12), בעוד כיום קיימת גרסה 30, ושירותי תיב"ם כמו onShape מאפשרים לשמור לכל הפחות בגרסת parasolid 25.**

**פניות ל-siemens דרך הערוצים המקובלים, לצורך קבלת מסמך reference עדכני, לא נענו במועד כתיבת מסמך זה.**

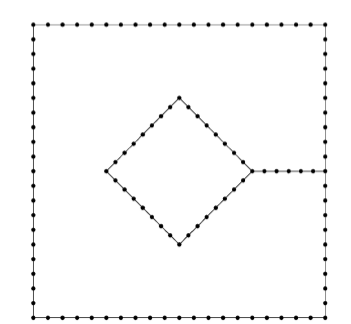
**מכיוון שהמטרה העיקרית של פרוייקט זה היא מימוש אלגוריתם לרישות משטחים דו ממדיים, הוחלט לממש מנגנון קלט שיקל קבלת קובץ Parasolid בעתיד.**

**התוכנית מקבלת קובץ שמכיל עקומי NURBS (הנחת עבודה: העקומים יוצרים משטח סגור). במידה וקיימים קדחים במשטח, יש לחבר אותם באמצעות קו ישר למשטח (פעולה זו מתבצעת באופן ידני גם במאמר, עפ"י (מאמר של talbert) ניתן ומתוכנן להפוך אותה לאוטומטית, כך שהמשתמש לא יצטרך להתעסק בכלל עם הגאומטריה).**

**הגדרת מעטה התחום:**

**יצירת נקודות seed ראשוניות על המעטפת. מתבצע באמצעות תיאור השפה כעקום רציף, כפי שתואר בפסקה הקודמת.**

**לדוגמא: הגאומטריה הבאה:**

****

**תהיה מורכבת מארבעה ישרים על השפה החיצונית:**

**[{(-1,-1),(1,-1)},{(1,-1),(1,1)},{(1,1),(-1,1)},{(-1,1),(-1,-1)}]**

**וארבעה ישרים על השפה הפנימית:**

**[{(-0.25,0),(0,0.25)},{(0,0.25),(-0.25,0)},{(-0.25,0),(0,0.25)},{(0,0.25),(-0.25,0)}]**

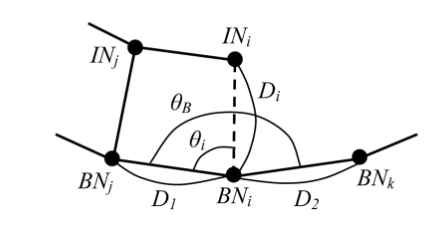
**בנוסף, ישנם שני ישרים שמחברים בין שני התחומים:**

**[{(0.25,0),(1,0)}],[{(1,0),(0.25,0}]**

**משטחים מוגדרים כאוסף של עקומי NURBS.**

*הסטת צמתים ליצירת אלמנטים חדשים*

**הסטת צמתים ליצירת אלמנטים חדשים תתבצע לכיוון שפונה הרחק משפת התחום. כמתואר ב**איור 3 **.**



איור 3: הסטת צמתים ליצירת אלמנטים חדשים

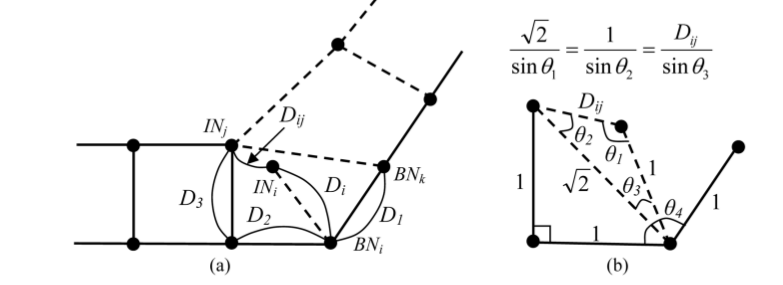
**כיוון () ומרחק () ההסטה נקבעים ע"י הקשרים הבאים:**

|  | (3) |
| --- | --- |

|  | (4) |
| --- | --- |

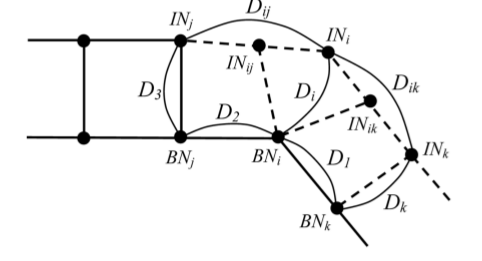
***מחיקת צומת שיוצרת אלמנט לא איכותי***

איור 4: מחיקת צמתים שיוצרים אלמנטים פגומים



**בפרט, משיקולים טריגונומטריים (ראה** איור 4**), מתקבל שיש למחוק את הצומת אם ,מכיוון שאז תתקבל זווית פנימית גדולה מ-. קיימת חפיפה מסויימת בין מקרה זה ל-case 1 *בהסרת אלמנטים לא איכותיים לאחר רישות והחלקה*.**

***הוספת צומת ביניים***

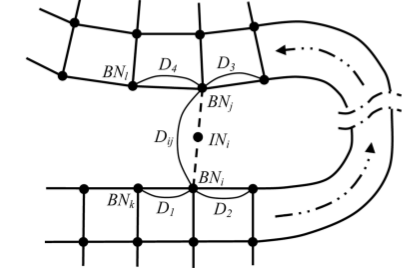
****

**יש להוסיף צומת ביניים אם** . בהמשך, כאשר בודקים את , נבדוק אם צריך להוסיף צומת ביניים בין ו-.

סגירת שורת ההיסט (תוספת שלי)

כאשר מגיעים לאלמנט האחרון...

**חלוקת השפות למניעת התנגשות בין אלמנטים:**

  
איור 5: חלוקת התחום למניעת התנגשות בין שני אלמנטים

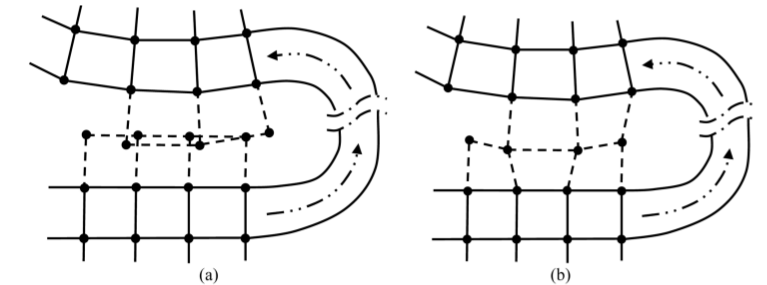
**נשים לב שעל מנת שניתן יהיה לרשת עם אלמנטים מרובעים, כל לולאה סגורה צריכה להכיל מספר זוגי של צמתים. לכן, ייתכן שאין צורך להוסיף את הצומת .**

**במאמר מצויין שצריך לבצע הפרדה אם יש חשש להתנגשות בין אלמנטים ש"פונים אחד לכיוון השני", אך לא הגדיר את התנאי הזה במפורש!!**

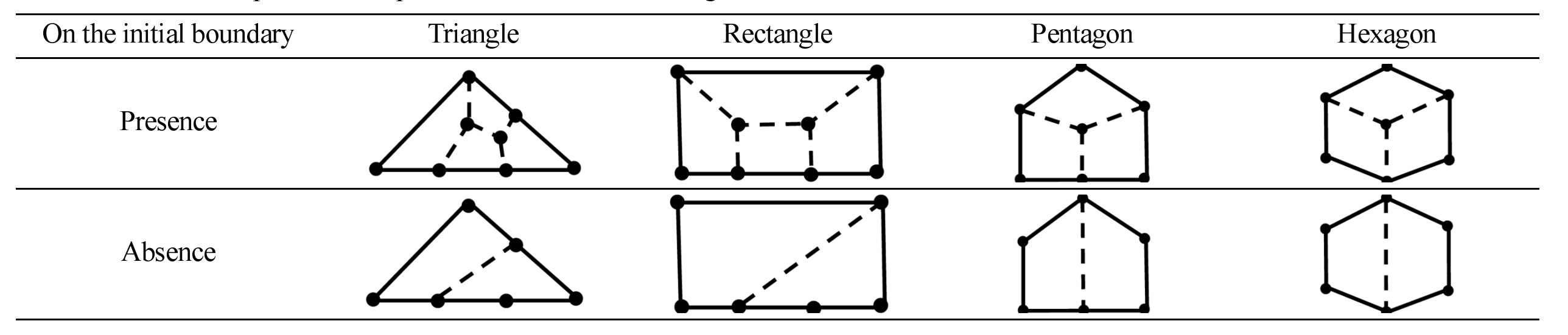
**כתוצאה מכך, הוגדר שאלמנטים "פונים אחד לכיוון של השני", כאשר הזווית בין הוקטורים הנורמלים שלהם היא**

**במהלך מימוש האלגוריתם נמצא שלערך חשיבות קריטית בקבלת רישות איכותי, והוא בייחוד מושפע מגודל האלמנטים האופייני שנבחר. כאשר הגודל האופייני קטן, צריך להיות קטן יותר, אחרת עלול להיווצר חלוקות רבות של התחום בקצוות וקבלת אלמנטים עדינים מדי. כאשר הגודל האופייני גדול, צריך להיות גדול יותר, אחרת עלול להיווצר מצב שלא תבוצע חלוקת תחום עבור אלמנטים שהם בסכנת התנגשות, ויווצרו התנגשויות.**

**בניגוד לשיטת הריצוף (paving), האלגוריתם שמוצע במאמר אינו מרפא אלמנטים שהתנגשו ע"י תפירתם, אלא נמנע מהתנגשויות. האלגוריתם עובר על כל זוג צמתים בתחום, ובודק את המרחק ביניהם (), ראה איור 3. במידה המרחק הנ"ל קטן מהסכום , שהוא בעצם סכום הממוצעים של ו-** **ושל ו-. דוגמא לאיחוי אלמנטים לאחר התנגשות, בשיטת paving, נתונה באיור 4.**

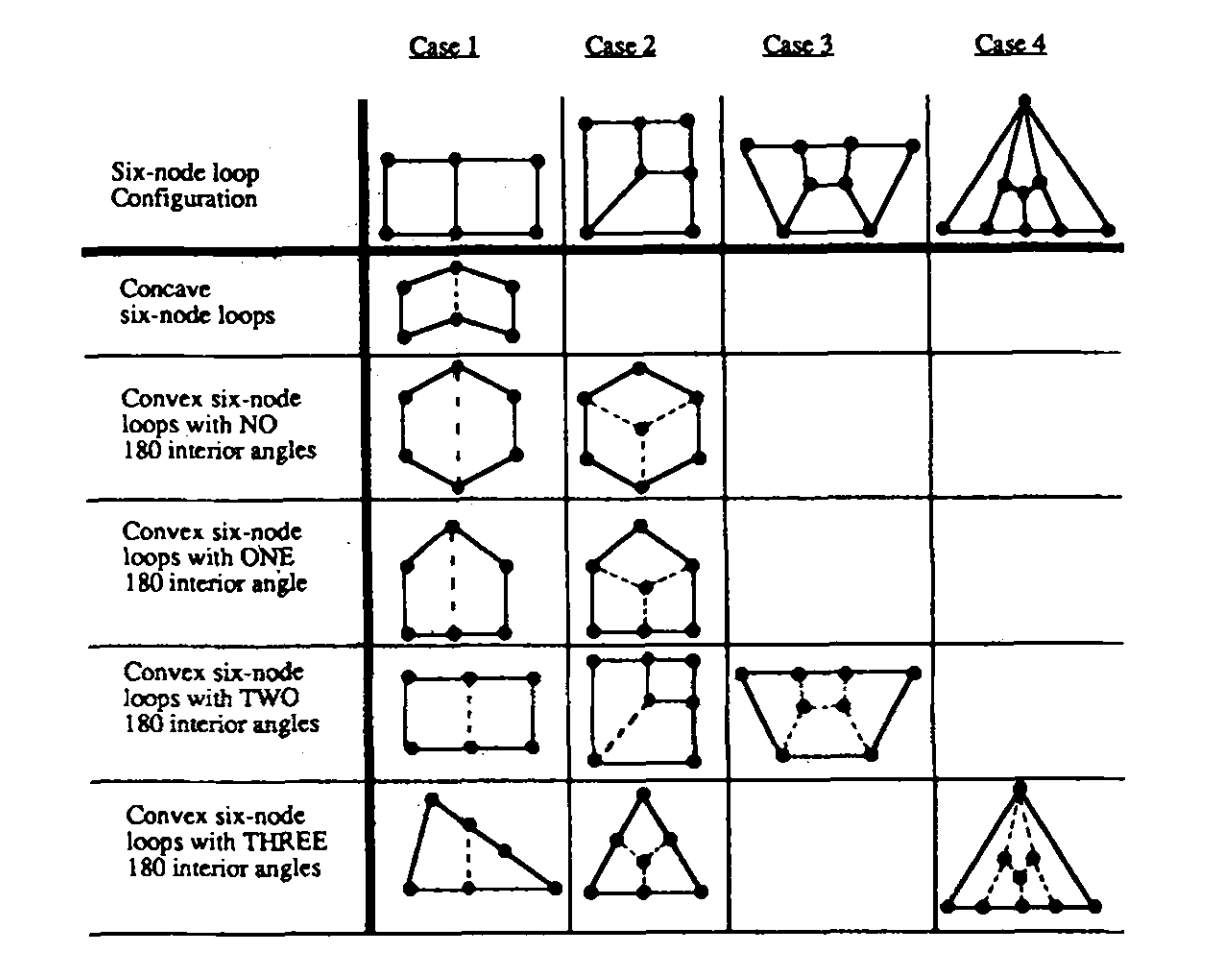
  
איור 6: דוגמא לאיחוי אלמנטים בשיטת paving

***חלוקת מוגדרת של לאלמנטים עבור מעטפות בעלות שישה צמתים:***



**במידה ואין במעטפת אף צומת שהיא על המעטפת ההתחלתית, נחלק את האלמנט שרירותית לשני אלמנטים מרובעים.**

**במידה קיימת צומת במעטפת אזי נחלק עפ"י התבניות שנתונה במאמר (talbert)**



**הפרמטרים שבהם ייעשה שימוש על מנת לבחור את חוצה האלמנטים הוא מספר הצמתים בעלי זווית והמספר המקסימלי של צמתים עוקבות כאלה.**

***החלקה גלובאלית***

**נעשה באמצעות השיטה הלפלסיאנית. (המאמר לא ציין שיש לבצע כמה מעברים על מנת להגיע להתכנסות!!)**

***שיפור אלמנטים באיכות נמוכה***

**מימוש האלגורתים:**

**לצורך מימוש האלגוריתם הוגדר תור , שמכיל מעטפות. בכל שלב מוציאים מעטפת מן התור, לצורך עיבוד, ו\או מוסיפים מעטפות חדשות לתור.**

**1. קליטת משטח יחיד (באיזה פורמט? איך מטפלים בקדחים?)**. **וגודל אופייני רצוי עבור אלמנט**

**2. פיזור צמתים התחלתיים על עקומי Bezier שמתארים את מעטפת המשטח. הוסף את הצמתים במעטפת לתור המעטפות.**

**3. כל עוד תור המעטפות לא ריק:**

**4. בדוק אם במעטפת הקדמית בתור יש 6 צמתים או פחות. אם כן, השתמש בחלוקה מוגדרת מראש לאלמנטים והסר את המעטפת הקדמית מהתור. חוזר משלב 2.**

**5. השתמש בתנאי (??) על מנת לבדוק אם נדרשת חלוקה של התחום. אם כן, צור צומת אמצעית וחלק את התחום. הוסף את שתי המעטפות החדשות שנוצרו לסוף תור המעטפות, והסר את המעטפת הנוכחית (הקדמית בתור) מהתור. חזור משלב 2.**

6. **אם לא, הסט את הצמתים במעטפת הקדמית בתור, על מנת ליצור אלמנטים חדשים. השתמש ב(משוואות(, לחישוב מיקום הצומת החדשה. הוסף את המעטפת החדשה שנוצרה לתור המעטפות.**

7. **בצע החלקה מקומית למעטפת החדשה.**

**8. עבור על כל האלמנטים שלא על הגבול ובצע החלקה גלובלית.**

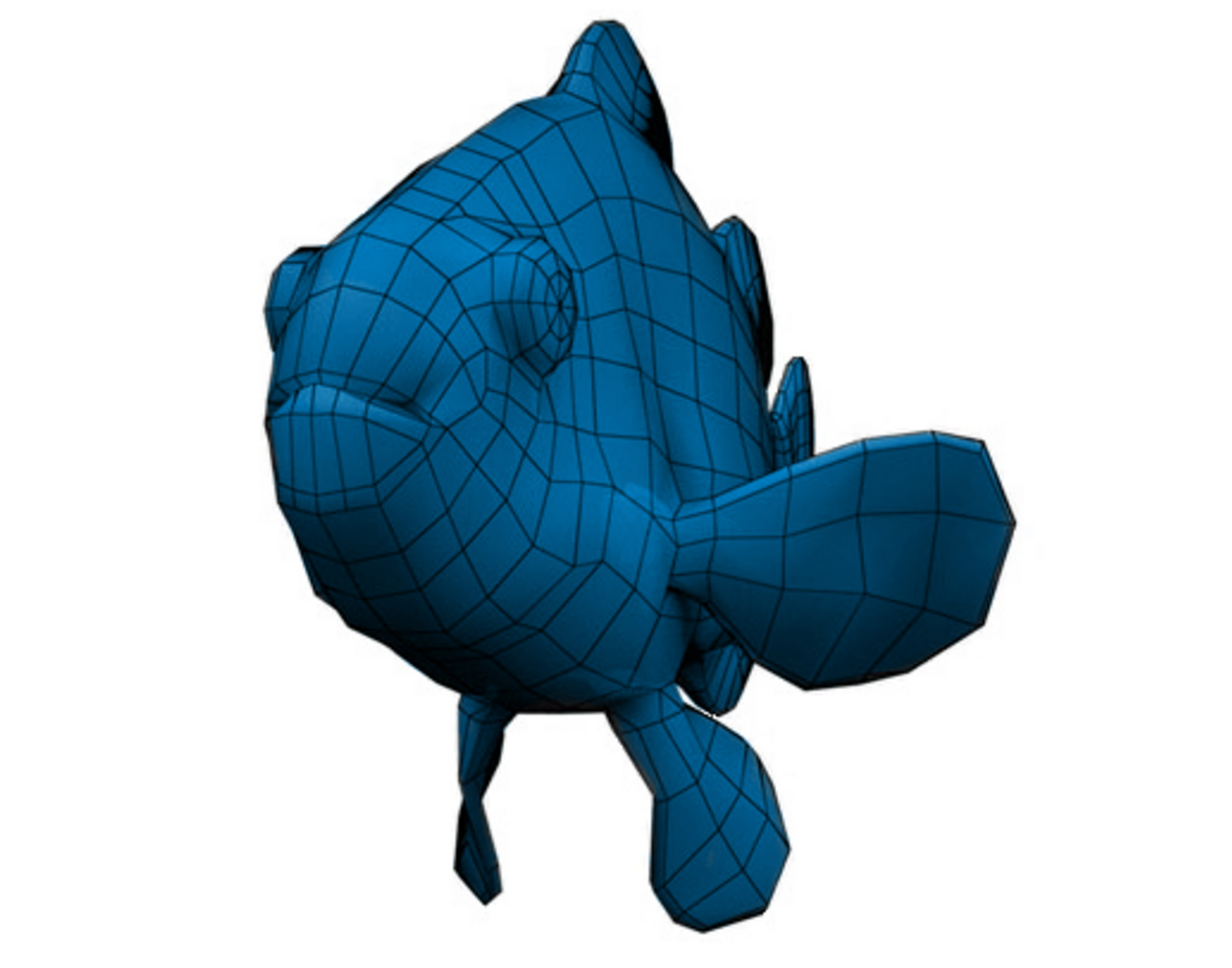
**9. עבור על כל האלמנטים ובצע מעבר לתיקון אלמנטים לא איכותיים.**

**10. בצע החלקה גלובלית שלא על הגבול ובצע החלקה גלובלית.**

**תוצאות:**

**האלגוריתם מומש ב-C++, תו שימוש בספריית surface mesh של CGAL כמבנה נתונים לבניית הרישות.**

**התוצאה הסופית היא תוכנית שמאפשרת קליטת קובץ parasolid שמכיל מידע לגבי משטח, ומרשתת את המשטח.**



איור 7: דוגמא לדג שרושת בעזרת surface mesh (מתוך האתר של CGAL)

**האלגריתם נוסה על ארבעת הדגמים הבאים:**